# බහුපද ශ්‍රිත හා ශේෂ ප්‍රමේයය

## ශ්‍රිත

විචල්‍යයන්ගේ විවිධ බල ඇතුළු පදයන් සහිත සමීකරණයක් ශ්‍රිතයකි.

— බහුපද ශ්‍රිත — *හරයේ විචල්‍යයන් නොමැති විචල්‍යයේ පූර්ණ බලවලින් පමණක් යුක්ත ශ්‍රිත.

$x^2+6x+8$ ✓

$4x^{1/2}+2x^{1/3}$ ✗

$\frac{1}{x^2+6x}$ ✗

— මාත්‍රය ① $x^{11}+5x^2+100x-3$
මාත්‍රය $=11$

② $4x^2+10x-6$
මාත්‍රය $=2$

③ $8$
මාත්‍රය $=0$

— සාධාරණ බහුපද ශ්‍රිත ලිවීම

| මාත්‍රය | සාධාරණ බහුපද ශ්‍රිතය. |
|---|---|
| 1 | $Ax+B$ |
| 2 | $Ax^2+Bx+C$ |
| 0 | $A$ |

— මාත්‍රය $=1$ නම් ඒකජ / රේඛීය ශ්‍රිත
මාත්‍රය $=2$ " " වර්ගජ ශ්‍රිත
මාත්‍රය $=3$ " " ඝනජ ශ්‍රිත.

— බහුපද ශ්‍රිත බෙදීම.

(01) දීර්ඝ බෙදීමේ ක්‍රමය
- ඕනෑම මාත්‍රයක්

(02) ශේෂ ප්‍රමේයය මඟින් බෙදීමේ ක්‍රමය

(03) ශේෂ ප්‍රමේයය සමඟ සාධක ප්‍රමේයය මඟින් බෙදීමේ ක්‍රමය [කෙටුම් ඇල්ගොරිතමය මගින්]
1. භාජකය සාධක ලෙස කල හැකි විට
2. භාජකය පූර්ණ වර්ගයක් විට
3. භාජකය සාධකවලට කල නොහැකි විට
4. ශේෂ ප්‍රමේයය භාවිතා නොකර බෙදීම.

~~(02) ශේෂ ප්‍රමේයය මඟින් බෙදීමේ ක්‍රමය~~

(01) දීර්ඝ බෙදීමේ ක්‍රමය ✓

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2+3x+3 \\
x+2 & x^3+5x^2+9x+20 \\
 & x^3+2x^2 \\
\hline
 & 3x^2+9x+20 \\
 & 3x^2+6x \\
\hline
 & 3x+20 \\
 & 3x+6 \\
\hline
 & 14
\end{array}
$$

ලබ්ධිය $= x^2+3x+3$
ශේෂය $= 14$

* ඕනෑම මාත්‍රයක ශ්‍රිතයක් සඳහා දීර්ඝ බෙදීමේ ක්‍රමය කල හැක. නමුදු මෙමගින් ලබ්ධිය හා ශේෂය සොයා ගත හැක

# බහුපද ශ්‍රිත

## බහුපද ශ්‍රිත

- ඍණ නිඛිලමය නොවන විචල්‍යයේ පූර්ණ බල වලින් පමණක් යුක්ත ශ්‍රිතයකි.

බහුපද ශ්‍රිතයකි

$[5x^2+7x+1]$ ✓

$[x]$ ✓

$\left[\frac{4x^2+11x+5}{5}\right]$ ✓

$\left[\frac{1}{x^3+4x}\right]$ ✗

$[5x^2+7x^{1/2}+1]$ ✗

**මාත්‍රය** :- බහුපදයේ විචල්‍යයේ විශාලතම බලය

$x^2+5x+8$ → මාත්‍රය = 2

5 → මාත්‍රය = 0

**සංගුණකය** :- කිසියම් බලයක සංගුණකය එහි ගුණක සංඛ්‍යාව

* යම් බහුපදයක යම් කිසි බලයක් යුක්ත නොවේනම්, එහි සංගුණකය = 0 කි

නායක පදය ;- විචල්‍යයේ විශාලතම බලය යුක්ත පදය.

උදා: $5x^4-7x^3+8x^2+1$

→ මාත්‍රය = 4

→ නායක පදය = $5x^4$

→ නායක පදයේ සංගුණකය = 5

## බහුපද ශ්‍රිත අර්ථ දැක්වීම

ආකාරය

$$f(x)= a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3 \ldots + a_nx^n$$

මෙහි, 1) $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ = තාත්වික නියත

2) $n$ = ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා

x හි බහුපදයක් ලෙස $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ ලෙස ශ්‍රිත දක්වයි

## බහුපද ශ්‍රිත බෙදීම

බහුපද ශ්‍රිත බෙදීම
1. දීර්ඝ බෙදීමේ ක්‍රමය
2. "ශේෂ ප්‍රමේයය" මගින් බෙදීමේ ක්‍රමය
3. බෙදුම් ඇල්ගොරිතම / ශේෂ ප්‍රමේයය සමඟ සංකලනයෙන් බෙදීමේ ක්‍රමය.

### 1 දීර්ඝ බෙදීමේ ක්‍රමය [සිතා බලා ගැටලුවක භාවිතා කල හැක]

පියවර :- (1) බහුපද දෙකම විචල්‍යයේ විශාලතම බලයේ සිට අඩුවන ලෙස පිළිවෙලින් ලියාගන්න, කිසියම් බලයක් නැත්නම්, එහි සංගුණකය ශුන්‍ය ලෙස සලකා ලියන්න.

(2)

ලබ්ධිය

භාජකය | භාජ්‍යය

—

—

ශේෂය

(3) බහුපද ශ්‍රිතයක් බෙදීමේදී භාජකයේ මාත්‍රයට වඩා ශේෂයේ මාත්‍රය අඩු වූ විට නවත්වන්න.

වැදගත්:-

| | | |
|---|---|---|
| භාජ්‍යයේ මාත්‍රය | ≥ | භාජකයේ මාත්‍රය |
| ලබ්ධියේ මාත්‍රය | = | භාජ්‍යයේ මාත්‍රය − භාජකයේ මාත්‍රය. |
| ශේෂයේ මාත්‍රය | = | භාජකයේ මාත්‍රය − 1 |
| ශේෂයේ මාත්‍රය | ≤ | භාජකයේ මාත්‍රය − 1 |

CS CamScanner

උදා: ①

$$x^2+1 \overline{\big)\, ax^4+bx^3+cx^2+dx+e}$$

ලබ්ධිය: $ax^2+bx+(c-a)$

$ax^4 + ax^2$

$bx^3+(c-a)x^2+dx+e$

$bx^3 + bx$

$(c-a)x^2+(d-b)x+e$

$(c-a)x^2+(c-a)$

$(d-b)x+[e-c+a]$

උදා: ②

$$x^3+3x^2+1 \overline{\big)\, x^4+3x^2+9}$$

ලබ්ධිය: $x-3$

$x^4+3x^3+x$

$-3x^3+3x^2-x+9$

$-3x^3-9x^2-3$

$12x^2-x+12$

---

## [2] "ශේෂ ප්‍රමේයය" භාවිතයෙන් බෙදීම.

වැදගත්: ශේෂප්‍රමේයයේ සීමා

① ශේෂය පමණක් සෙවිය හැක

② භාජකය 1 වන මානයේ රේඛීය සාධක පමණි.

**ශේෂ ප්‍රමේයය**

f(x) නම් බහු පද ශ්‍රිතයක්, (x − a) මගින් බෙදූ විට, $x-a=0$, $x=a$

f(a) = ශේෂය වේ.

**බෙදීමේ ඇල්ගොරිතමයෙන් සාධනය කිරීම.**

භාජ්‍යය = භාජකය × ලබ්ධිය + ශේෂය

$f(x) = (x-a)\,k(x) + R$

$x=a$

$f(a) = 0 \times k(x) + R$

$f(a) = R$

**සාධක හා ශේෂය**

ශේෂය = 0 නම් ⟶ භාජකය, භාජ්‍යයේ සාධකයකි

සාධකයක් බෙදුවිට ⟶ ශේෂය = 0 වේ

උදා: ① $f(x) = x^{2005}+3x+5$ වේ.

f(x), (x − 1)න් බෙදූ විට ශේෂය.

$x-1=0$, $x=1$

ශේෂය = f(1)

= 1 + 3 + 5

= 9

උදා: ② $P(x) = x^4+6x^3+\lambda x+5$

P(x), (x + 2)න් බෙදූ විට ඉතිරි නැතිව බෙදේ නම්, λ සොයන්න.

ශේෂය = 0

$0 = P(-2)$

$0 = (-2)^4 + 6\times(-2)^3 + \lambda(-2) + 5$

$\lambda = -\frac{27}{2}$

උදා: ③ $125x^2-100x+\lambda$ ශ්‍රිතයෙහි (5x − 1) සාධකයක් නම්, λ සොයන්න.

ශේෂය = 0

$5x-1=0$, $x=\frac{1}{5}$

$0 = 125\left(\frac{1}{5}\right)^2 - 100\left(\frac{1}{5}\right) + \lambda$

$\lambda = 15$

වැදගත්: සාධක ප්‍රමේයය හා සාධක ප්‍රමේයයේ විලෝමය.

- f(x) හි f(a) = 0 නම්, (x − a) යනු f(x) හි සාධකයකි.
- (x − a) යනු f(x) හි සාධකයක් නම්, f(a) = 0 වේ.

---

**ඉතිරි සාධක සෙවීම**

① සාමාන්‍ය ක්‍රමය (දීර්ඝ බෙදීමේ ක්‍රමය)

② සාධක ශ්‍රිතයක් ලෙස ලිවීම මගින්

③ කෙටි ක්‍රමය

[1] සාමාන්‍ය ක්‍රමය (දීර්ඝ බෙදීමේ ක්‍රමය)

- දීර්ඝ බෙදීමෙන් බෙදාගැනීමෙන් ලැබෙන ලබ්ධිය ඉතිරි සාධකය වේ.

II සෞභාග්‍යවතුන්ගෙන් පලස ලබීම
මඟින්.

Nober

① මානුෂ 1 වන → [illegible] / [illegible]

② මානුෂ 2 වන → රිදී

③ මානුෂ 3 වන → ලෝකඩ

**II** සාහිත්‍ය ත්‍යාගයක් ලබා දීම මගින්.

Nober

① මානුෂ 1 ක්වා → එකල / රෙබ්‍ය

② මානුෂ 2 ක්වා → වර්ගය

③ මානුෂ 3 ක්වා → සභාව

## බහුපද ශ්‍රිතයක පුනරාවර්ත සාධකයක් වෙනුවට, (අවකලන ක්‍රමය)

① $f(x)$, $(x-a)^2$ න් බෙදූ විට ලැබෙන, එවිට ශේෂය

$$f(x) \equiv (x-a)^2 k(x) + (Ax+B) \quad —①$$

ශේෂය (භාජකයේ මාත්‍රය −1) කි

$$f'(x) = (x-a)[k'(x)] + A \quad —②$$

① හා ② න්. ශේෂය සොයාගත

පියවර ① මෙහි ප්‍රශ්නයේ ප්‍රකාශනය ලියා භාජකය = 0 කර $x$ අගය ආදේශ කර

② එය අවකලනය (අවකලනය කළවිට එම ප්‍රකාශනයේ වලින් එලෙස සාධකයක් ලෙස ඉතිරි කොටස එළියට ගන්න ද,

$(x-a)[$ ඉතිරි කොටස ලියන්න

සාධක අවකලනය ලියන $]$

③ අවකලනය කළ ප්‍රකාශනයේ භාජකය = 0 වන $x$ අගය ආදේශ කරන්න

④ සමීකරණ දෙක විසඳා ශේෂය සොයන්න

① $f(x) = x^7 + x^6 + x^3 + 8$ වේ.

$f(x)$, $(x-1)^2$ න් බෙදූ විට ශේෂය

$$f(x) = (x-1)^2 \cdot k(x) + Ax + B \quad —①$$

$$f'(x) = (x-1)[\quad] + A + 0$$

$$f'(x) = (x-1)[\quad] + A \quad —②$$

①, $x = 1$

$$1 + 1 + 1 + 8 = A + B$$

$$11 = A + B \quad —③$$

②, $x = 1$

$$7x^6 + 6x^5 + 3x^2 + 0 = (x-1)[\quad] + A$$

$$7 + 6 + 3 = A$$

$$A = 16$$

$$B = -5$$

② $x^4 + 5x^3 + px + q$ ශ්‍රිතයේ $(x+1)^2$ සාධකයකි. $p$ හා $q$ සොයන්න

$$x^4 + 5x^3 + px + q = (x+1)^2 \cdot k(x) + 0 \quad —Ⓐ$$

$x = (-1)$

$$1 - 5 - p + q = 0$$

$$q - p = 4 \quad —①$$

Ⓐ අවකලනය

$$4x^3 + 15x^2 + p = (x+1)[\quad]$$

$x = (-1)$

$$-4 + 15 + p = 0$$

$$p = -11$$

$$q = -7$$

## බහුපද ශ්‍රිත

| | |
|---|---|
| භාජ්‍යය | ලබ්ධිය / භාජකය |
| | ශේෂය |

දීර්ඝ බෙදීම (සාමාන්‍ය ක්‍රමය)

බහුපද ශ්‍රිත බෙදීම
→ ශේෂ ප්‍රමේයය
→ සාධක ප්‍රමේයය
සම්බන්ධතාකරණය (බෙදීමේ ඇල්ගොරිතමය)

* භාජ්‍යයේ මාත්‍රය $\geq$ භාජකයේ මාත්‍රය

* ලබ්ධියේ මාත්‍රය = භාජ්‍යයේ මාත්‍රය − භාජකයේ මාත්‍රය

* ශේෂයේ මාත්‍රය = භාජකයේ මාත්‍රය − 1

* ශේෂයේ මාත්‍රය $\leq$ භාජකයේ මාත්‍රය − 1

### ශේෂ ප්‍රමේයය

* ශේෂය පමණක් සොයා ගැනීම
* භාජකය මාත්‍රය 1 වන රේඛීය ප්‍රකාශන පමණි

$(x+1)$ ✓

$(x^2+1)$ ✗

### ශේෂ ප්‍රමේයය සාධනය

භාජ්‍යය = භාජකය × ලබ්ධිය + ශේෂය

$f(x) = (x-a).k(x) + A$

$x = a$

$f(a) = 0 + A$

$A = f(a)$

ශේෂය $= f(a)$

### ශේෂ ප්‍රමේයය

- $f(x)$ නම් බහුපද ශ්‍රිතයක් $(x-a)$ වලින් බෙදූ විට ශේෂය $= f(a)$ වේ
- ප්‍රකාශනයක් සාධකයක් වෙනම් ශේෂය 0 වේ

$(x^4+ax^3+\ldots) = (x^3+bx^2+\ldots)(x+c) + (x^2+dx+\ldots)$

* ඒකජ ශ්‍රිත = (x + ...
* වර්ගජ ශ්‍රිත = ($x^2$ + x ...
* ඝනජ ශ්‍රිත = ($x^3+2x^2+x+1$)

3 වන කොටස ගැටළුව
- සමාන පද සැසඳීම
- සාධක ප්‍රමේයයෙන් ලෙස ලිවීම $Ax+B$
- ශේෂය

<u>සාධක ප්‍රමේයය</u>

$(x-a)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් නම්, $f(a)=0$ වේ

<u>විලෝමය</u> :-

$f(a)=0$ නම්, $(x-a)$ සාධකයකි

* බෙදීමේ ඇල්ගොරිතමයේ දී, ශේෂය ගන්නේ නම්, උ.දා ශේෂය $(2x+1)$ නම් ශේෂය කොටසක් ලෙස ගන්නේ නම් ලබ්ධිය නොසලකා හරින්න $h(x)$ ලෙස ගත හැක
* ශේෂය 0 නම් ලබ්ධිය ව සාමාන්‍ය ප්‍රකාශනයක් ලෙස ලබ්ධිය සලකා බලන්න

---

<u>බෙදීමේ ඇල්ගොරිතමය</u>

භාජ්‍යය = භාජකය × ලබ්ධිය + ශේෂය

* ලබ්ධිය එකක් වැදගත් නොවේ.
∴ ලබ්ධිය ලෙස $k(x)$, $Q(x)$ යොදන්න

<u>විශේෂ</u>
* ප්‍රකාශනය ලියා දී ඇති දත්ත ආදේශ කරන්න.
* ශේෂය ලෙස භාජකයේ මාත්‍රයට 1 ක් අඩු මාත්‍රය සාධාරණ ශ්‍රිතයක් ලියා ගන්න

භාජ්‍යය = $x^2+2x+1$
භාජකය = $(x-1)$
ශේෂය = $Ax+B$

* භාජකය සාධක වෙන්කර එම එක් එක් සාධක = 0 වන x අගයන් ආදේශ කරන්න.

* ඒකජ මාත්‍රය ගොනුවක් අඩු ශ්‍රිතයක් වේ
* ශේෂය වශයෙන් සොයිය හැක.

---

* ශේෂ ප්‍රමේයය බෙදීමේ ඇල්ගොරිතමයෙන් සාධනය කළහැක

TO ................ DATE ................ NO ................

සාධක සාධකවලට වෙන් කළ නොහැකි වර්ගජ පදයක් වේනම් ද්විතීයික සාධක } ලබ්ධියේ මාත්‍රය = භාජ්‍යයේ මාත්‍රය − භාජකයේ මාත්‍රය

උදා: $ax^3+3x^2+5x+d$
$= (x^2+k^2)(Ax+B) + 0$
සංගුණක සමානකරමු

භාජකය පුනරාවර්තන සාධකයක් වන විට } ශේෂය ප්‍රථම මාත්‍රයෙන් ලබා ගැනේ ප්‍රථම සාධකවලින් සංගුණක සමානකරමු

පුනරාවර්තන සාධක

$x^3+3x^2+5x+20 = (x+1)^2(Ax+B) + (Cx+D)$
සංගුණක සමානකර

සංයුක්ත භාජකයක සාධකවලට වෙන් කිරීම } $f(x)$, $(x+1)$ න්,
ශේෂය $= f(-1)$
$= 0$
$f(x) = (x+1)(x^2+6x+5)$ — $g(x)$
$g(x)$, $(x+1)$ න්

---

$3x+7$, $(x-1)$ ඇසුරෙන් / $3x+7$, $(x-1)$ හි ශ්‍රිතයක් ලෙස

~~$= 3x+7 \Rightarrow 3(x-1)+7$~~
~~$\Rightarrow 3x-3+7$~~
~~$\Rightarrow 3x+5$~~

$3x+7 \Rightarrow 3(x-1)+3+7$
$3(x-1)+10 \quad = 3x+7$

## භින්න භාග

භාගයක් ආකාර

① හ.මා > ල.මා

හරයේ ඒකජ සාධක වලින් පමණක් සෑදී ඇති විට

සටහන: හරයේ සාධක හැකි තරම් සාධක කිරීම.

ඉන්පසු සාධකයේ ප්‍රමාණය අනුව නියත අගය ඇති භාග ලියා ගැනීම

↓

සංගුණක සමාන කිරීම

උදා:

$$\frac{3x-5}{x^3+x} = \frac{3x-5}{x(x^2+1)}$$

$$\frac{3x-5}{x(x^2+1)} = \frac{A}{(x)} + \frac{Bx+C}{(x^2+1)}$$

$\times\ x(x^2+1)$

$$3x-5 = A(x^2+1) + (Bx+C)x$$

↓ සංගුණක සමාන කර ආදේශ කිරීම

② හ.මා > ල.මා

හරයේ සාධක වල වර්ග පමණක් වෙනුවට පුනරාවර්තන සාධක ඇති විට

සටහන: ① අනුව හරයේ පුනරාවර්තන සාධකයේ වලට ඇති දර්ශකය දක්වා ගොනු

උදා:

$$\frac{x^2+7}{(x+2)^2(x^2+1)} = \frac{A}{(x+2)^2} + \frac{B}{(x+2)} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)}$$

$$\frac{1}{(x^2-1)(x-1)} = \frac{1}{(x-1)(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{1}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$\frac{4x+2}{x^2(x+1)} = \frac{A}{(x)^2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{(x+1)}$$

උදා:

$$\frac{1}{(x^2-a^2)^2} = \frac{1}{(x-a)^2(x+a)^2}$$

③

TO ........ DATE ........ NO ........

③ ල.මා $\geq$ හ.මා: $\frac{3}{2}$ වගේ

විසඳු: ලව.මා හා ල.මා අතර එම මාත්‍රාවෙනස්ව
සමාන සාධක ගණනක් ලියන්න.
② භාගයන් ලෙස කොටස් වෙන් කරන්න.
භාගයන් ලෙස දක්වන්න.

උදා:
$$\frac{x^5+4x+1}{x(x^2+1)} = (Ax^{2}+Bx+C) + \frac{D}{x} + \frac{(Ex+F)}{(x^2+1)}$$
$5-3=2$

උදා:
$$\frac{x^2+6x+17}{x^2+2x} = K + \frac{A}{(x)} + \frac{B}{(x+2)}$$

විශේෂ අවස්ථා — ① $x^2$ පද විතරක් තියෙන ගැටලු විසඳීම.

$x^2 = t$ ලෙස ගන්න

$$\frac{4x^2-1}{(x^2+1)(x^2+2)} = \frac{4t-1}{(t+1)(t+2)}$$
$$= \frac{A}{(t+1)} + \frac{B}{(t+2)}$$

අවසානයේ $t$ වෙනුවට $x^2$ ආදේශ කරන්න

② පුනරාවර්තන සාධක ගැටලු

$$\frac{3x+1}{(x-1)^{99}} =$$ $(x-1)=t$ ලෙස ගනිමු
$$= \frac{3(t+1)+1}{t^{99}}$$
$$= \frac{3t+4}{t^{99}} = \frac{3t}{t^{99}} + \frac{4}{t^{99}}$$
$$= \frac{3\times1}{t^{98}} + \frac{4}{t^{99}}$$
$$= \frac{3}{(x-1)^{98}} + \frac{4}{(x-1)^{99}}$$

CamScanner

## සංඛ්‍යා

පුනරාවර්තන සංඛ්‍යා ලෙස ලියන්න.

① 2.31777...

$2.31\dot{7}$

$x = 2.31\dot{7}$ — ①

$100x = 231.\dot{7}$ — ②

$1000x = 2317.\dot{7}$ — ③

③ − ②

$900x = 2086.0$

$x = \frac{2086}{900}$ //

---

$x =$ ගන්න

* මුලින්ම පුනරාවර්තන සංඛ්‍යාවට පෙර දක්වා ගන්න — ①
* පුනරාවර්තන 1 ක් ගෙන දශමයෙන් 3 දක්වා — ③

③ − ② ගන්න.

x සොයන්න.